

SISTEME RUTIERE RIGIDE.

Element Finit versus Formule WESTERGARD – calculul dalelor din beton de ciment

Analiza pe încărcarea la centru și la colț a dalei.

Poziția secțiunea cu eforturi maxime în cazul încărcării la colț.

Concluzii.

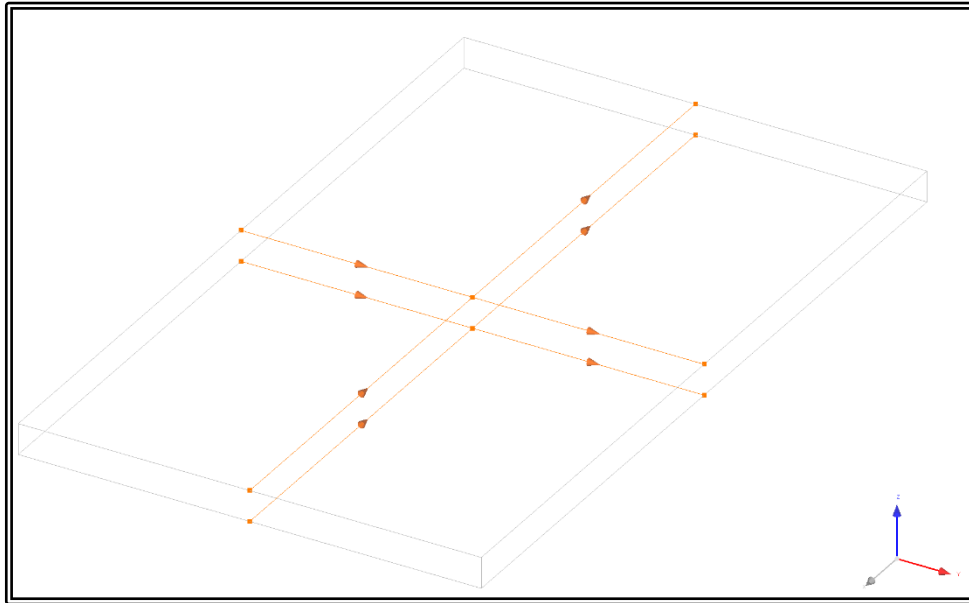
Cuprins:

I.	Metodologie.....	2
II.	Efort în secțiune – Încărcarea la Centru	4
	1) <i>Eforturi de întindere și compresiune longitudinal prin centrul dalei</i>	4
	2) <i>Eforturi de întindere și compresiune transversal prin centrul dalei</i>	5
	3) <i>Eforturi maxime în secțiune</i>	6
III.	Efort în secțiune – Încărcarea la Colț cu contact corespunzător între dală și fundație (pe amprenta roții)	7
	1) <i>Eforturi de întindere și compresiune în lungul bisectoarei unghiului pe care se aplică încărcarea</i>	7
	2) <i>Eforturi de întindere și compresiune transversal bisectoarei, la 0,7 m distanța de colțul dalei</i>	8
	3) <i>Eforturi maxime în secțiune</i>	9
IV.	Efort în secțiune – Încărcarea la Colț fără contact corespunzător între dală și fundație (pe amprenta roții)	10
	1) <i>Eforturi de întindere și compresiune în lungul bisectoarei unghiului pe care se aplică încărcarea</i>	10
	2) <i>Eforturi de întindere și compresiune transversal bisectoarei, la 0,7 m distanța de colțul dalei</i>	11
	3) <i>Eforturi maxime în secțiune</i>	12
V.	Concluzii.....	13

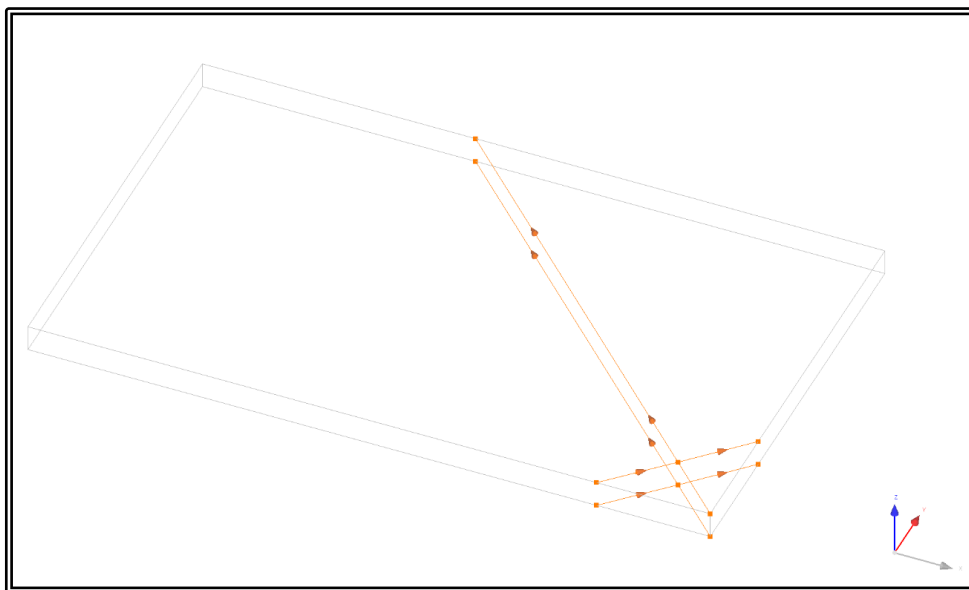
I. Metodologie

Pe baza modelării în element finit a structurii rutiere rigide, deja prezentate în ultimele două articole/postări, cu ajutorul softului Cesar am realizat următoarele:

- a) Pentru încărcarea la centru a dalei am extras din Cesar eforturile în secțiunile longitudinale și transversale ale dalei, secțiuni care trec prin centrul dalei și sunt paralele cu laturile. Secțiunile au fost realizate cu extragerea eforturilor din lungul secțiunii la nivel de fibră superioară și fibră inferioară.



- b) Pentru încărcarea la centru a dalei am extras din Cesar eforturile în secțiunile longitudinale și transversale ale dalei, secțiuni care trec prin centrul dalei și sunt paralele cu laturile. Secțiunile au fost realizate cu extragerea eforturilor din lungul secțiunii la nivel de fibră superioară și fibră inferioară.



De ce s-a ales această secțiune pentru calcul?

Am ales această secțiune pentru calculul eforturilor maxime deoarece:

- a) pe de o parte aplicarea Formulelor Westergaard conduce la amplasamentul acestei secțiuni pe bisectoare la o distanță de 0.92 m față de colțul dalei:

Distance to point of maximum stress along corner angle bisector

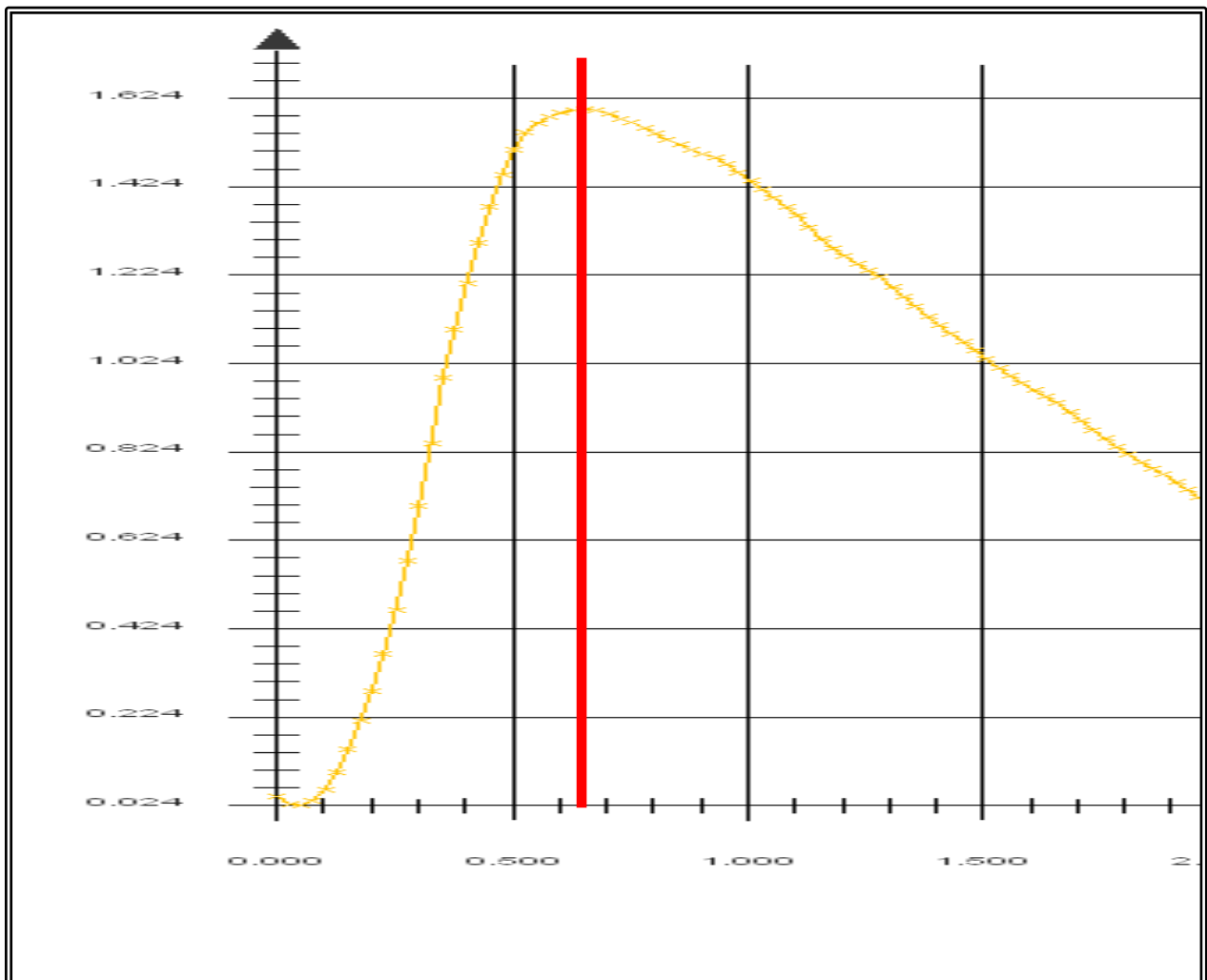
$$X_1 = 2[(a_1 \ell)^{1/2}] \quad \text{Westergaard (5)} \quad (3h)$$

where

- a = radius of circular load tangent to both edges at corner and
- a₁ = distance to point of action of resultant along corner angle bisector
- = (2^{1/2})a. See Equations 1 for other symbols.

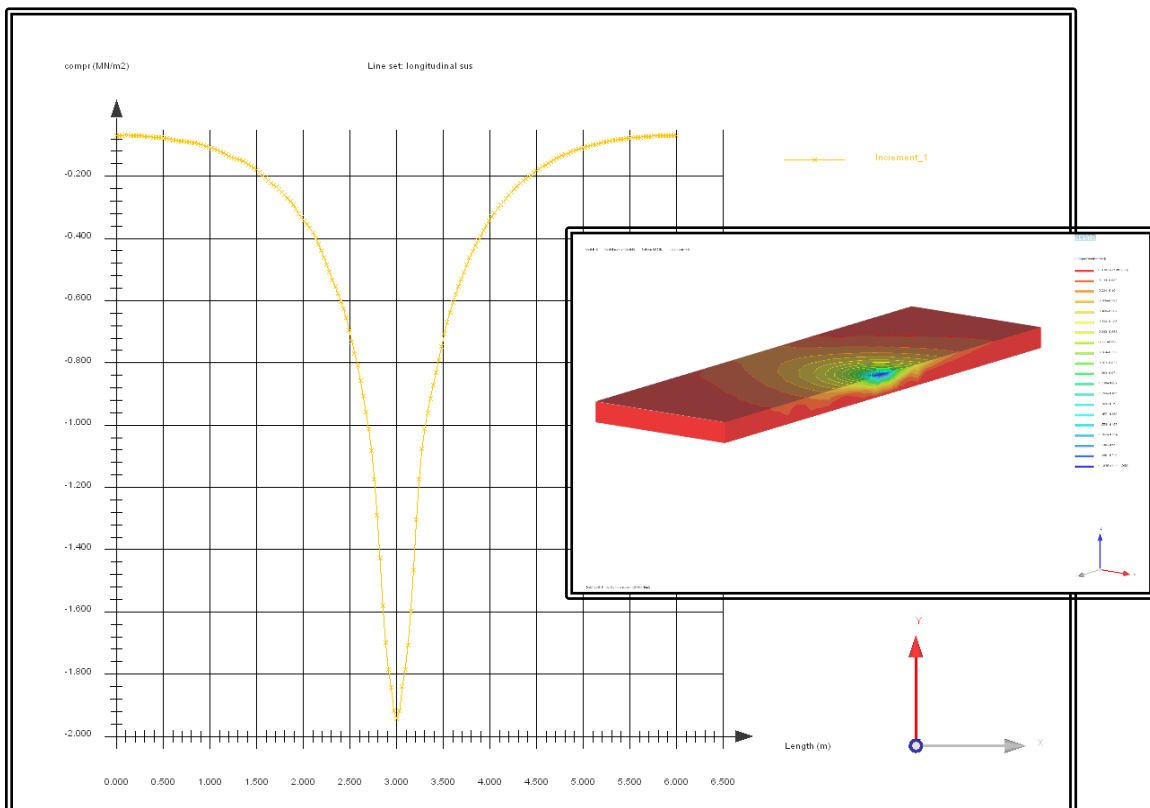
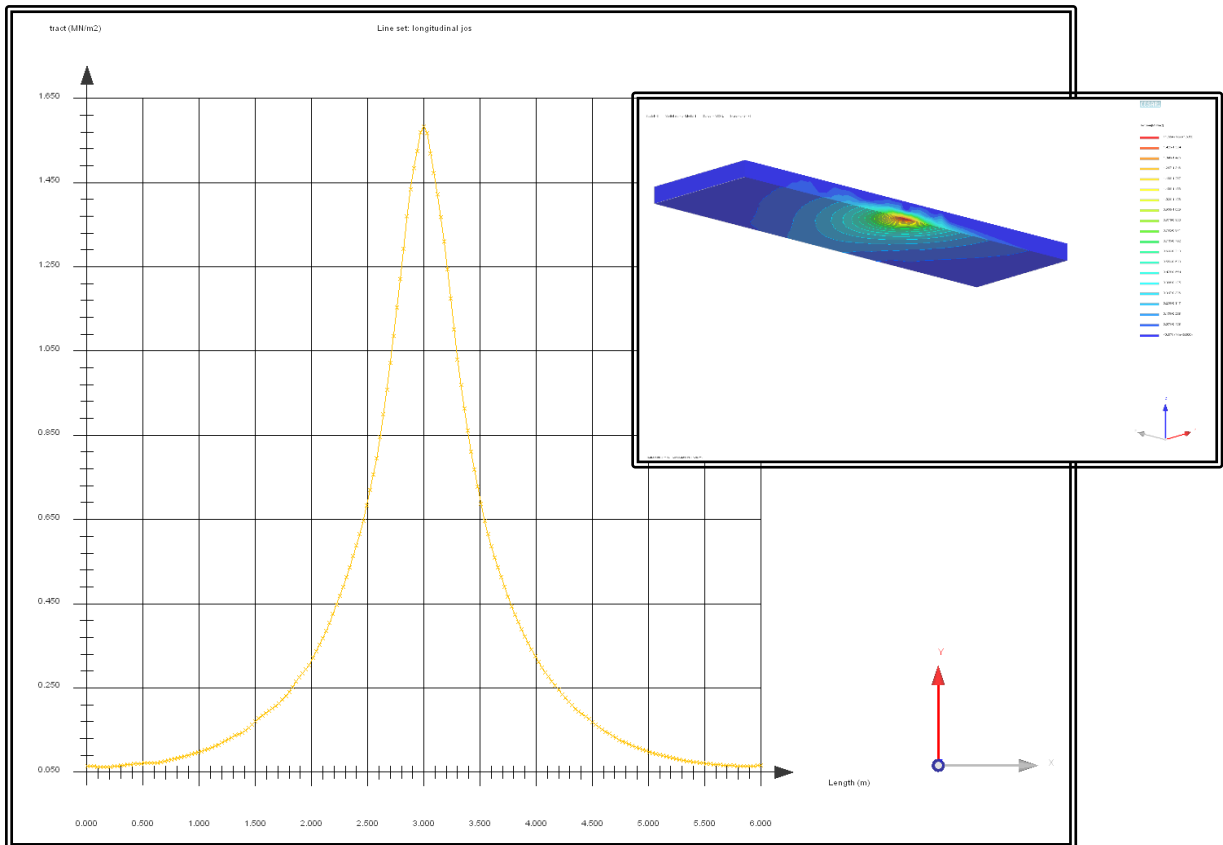
Sursa: <https://onlinepubs.trb.org/Onlinepubs/trr/1985/1043/1043-003.pdf>

Pe de altă parte, din analiza efortului pe secțiuni (soft Cesar) observăm că această secțiune se situează undeva la 0.65 – 0.7 m de colțul dalei. Am ales să continuăm cu distanța de 0,7 m.

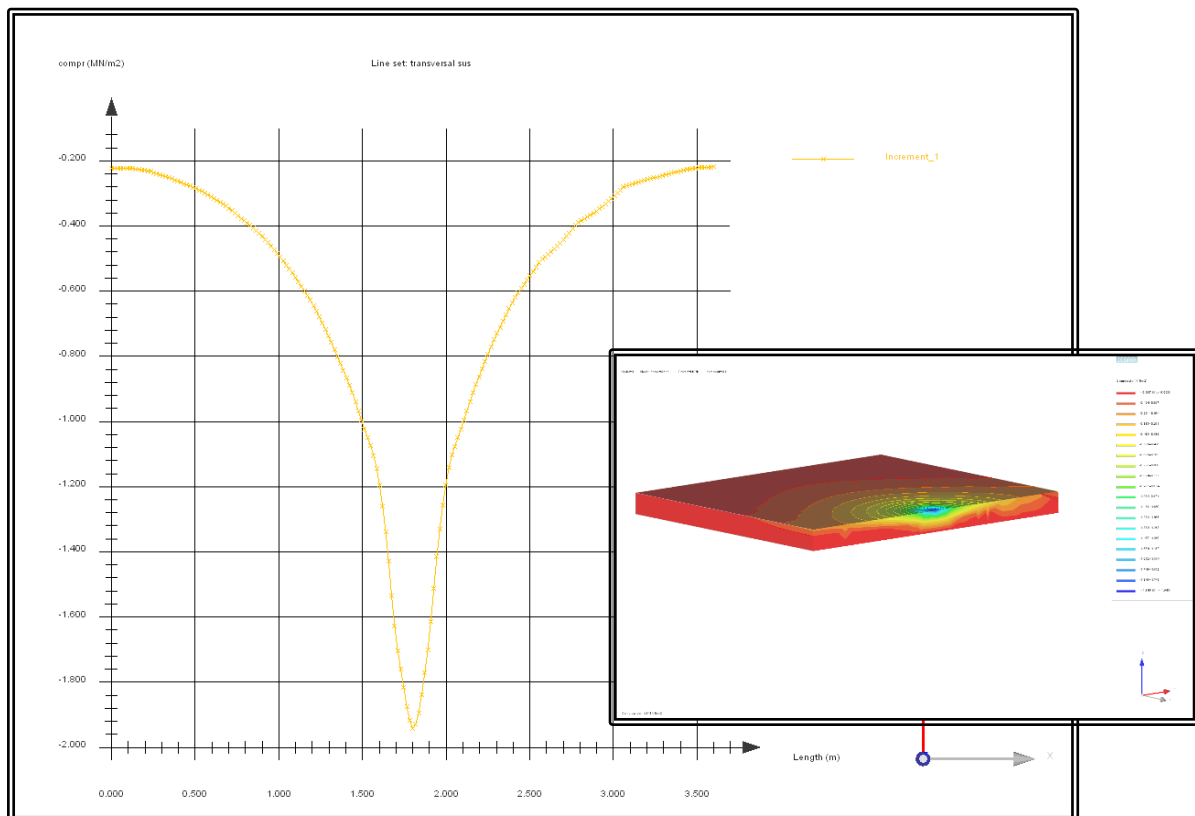
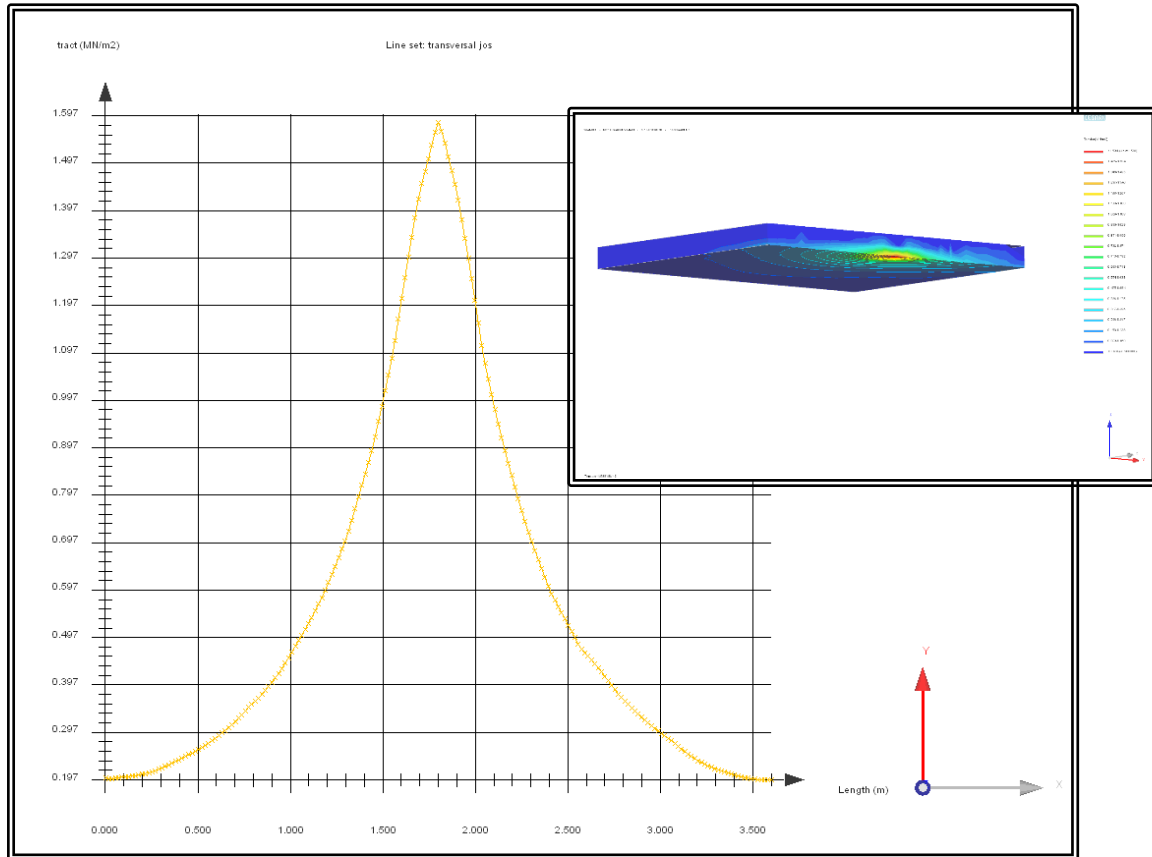


II. Efort în secțiune – Încărcarea la Centru

1) Eforturi de întindere și compresiune longitudinal prin centrul dalei – (la fibra superioară și inferioară a secțiunii)



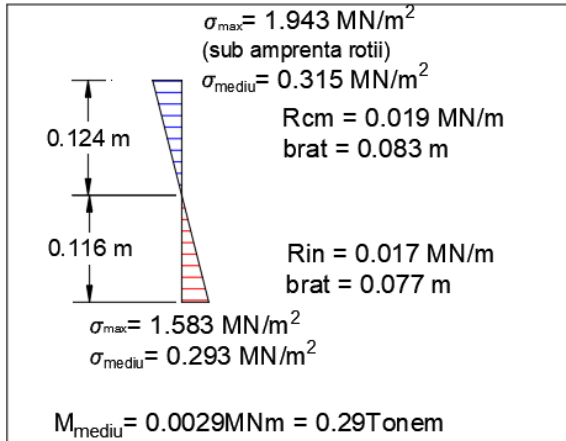
2) Eforturi de întindere și compresiune transversal prin centrul dalei – (la fibra superioară și inferioară a secțiunii)



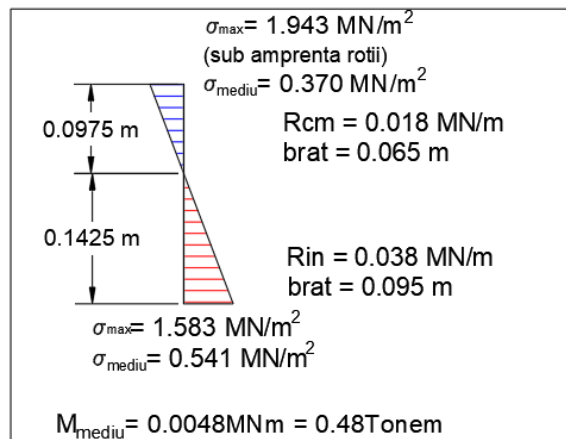
3) Eforturi maxime de întindere și compresiune în secțiune și eforturi medii de întindere și compresiune pe secțiune

Metoda elementului finit

Secțiune longitudinală



Secțiune transversala



*Eforturi de compresiune cu albastru/de întindere cu roșu. Reprezentate pe secțiune sunt eforturile medii pe secțiune, rezultanta acestora și brațul rezultantei în raport cu axa neutră. Momentul este calculat în baza eforturilor medii pe secțiune.

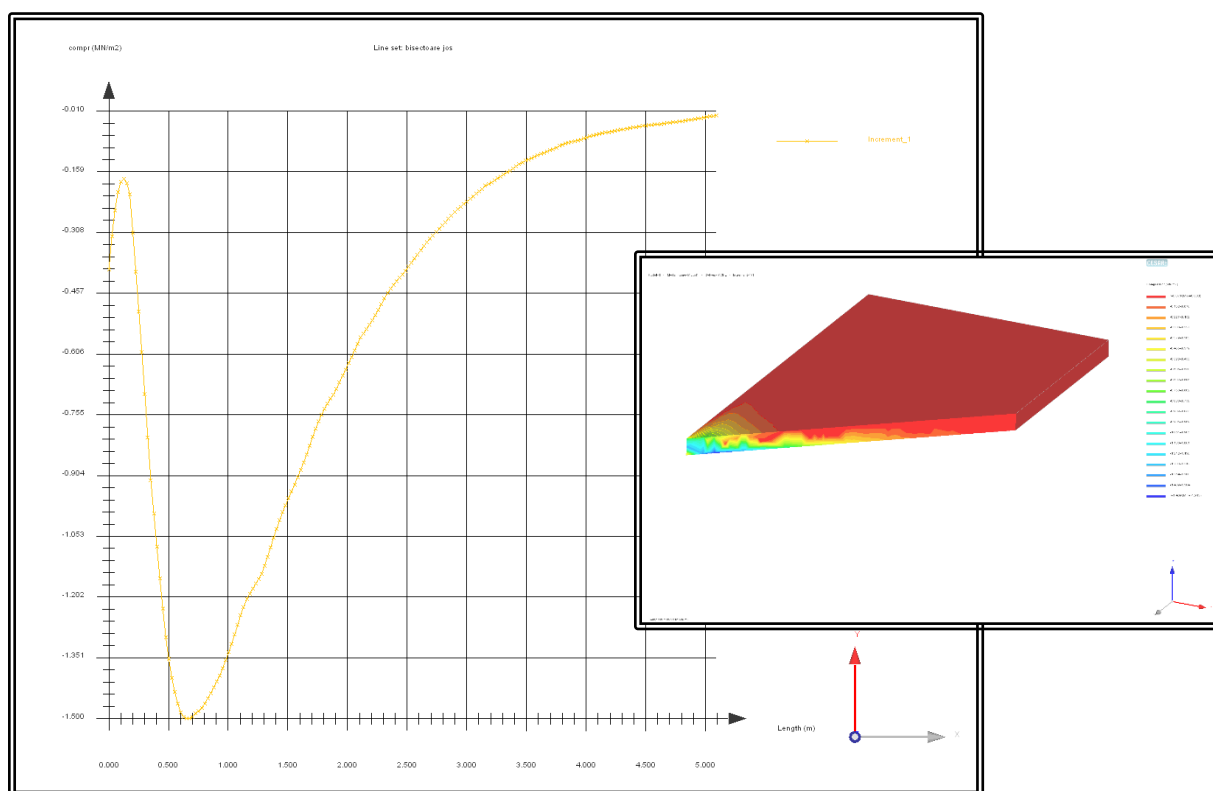
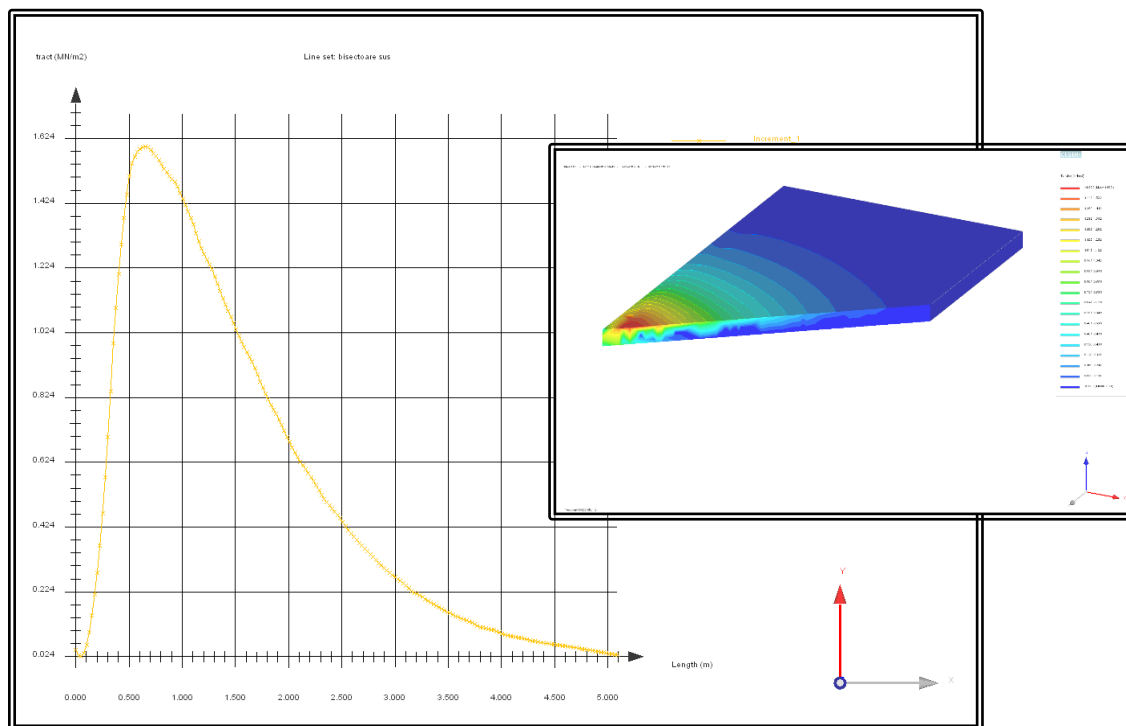
Formula Westergaard

$$\sigma_{\max} = \frac{0.275(1 + \mu)}{h^2} P \log \left(\frac{0.36Eh^3}{Kb^4} \right)$$

$$\sigma_{\max} = 1.460 \text{ MN/m}^2$$

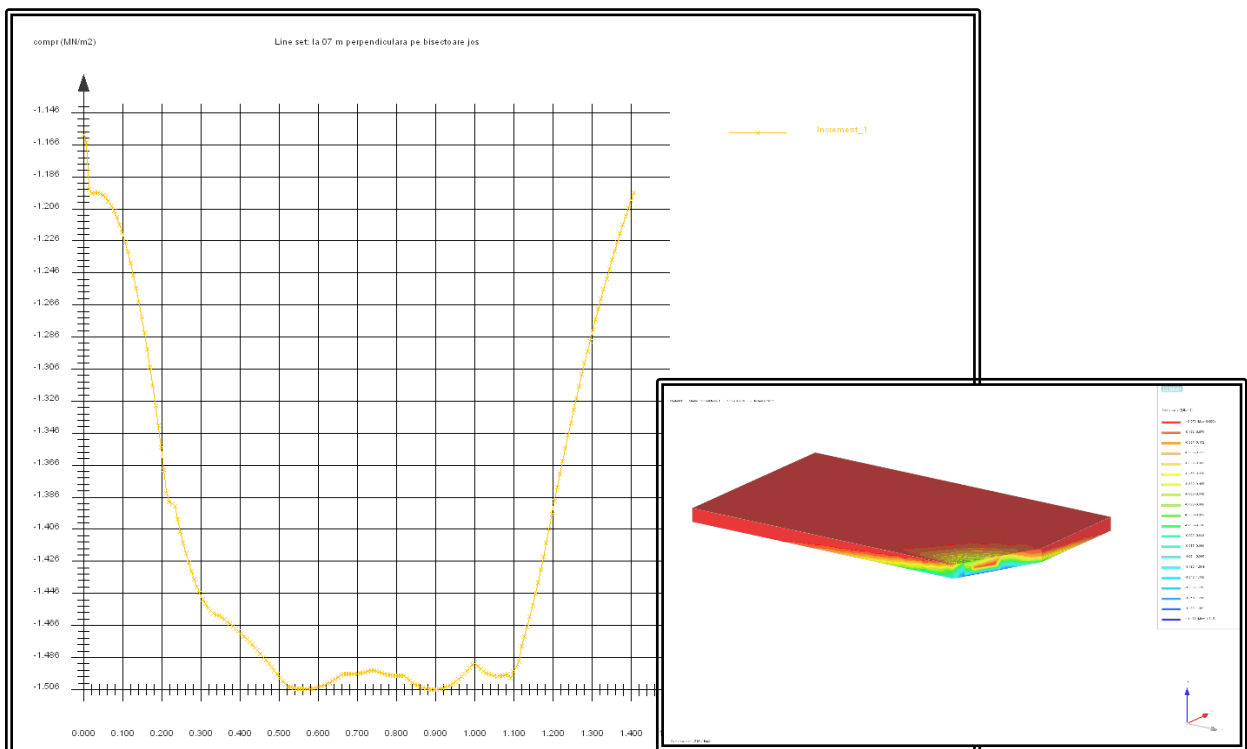
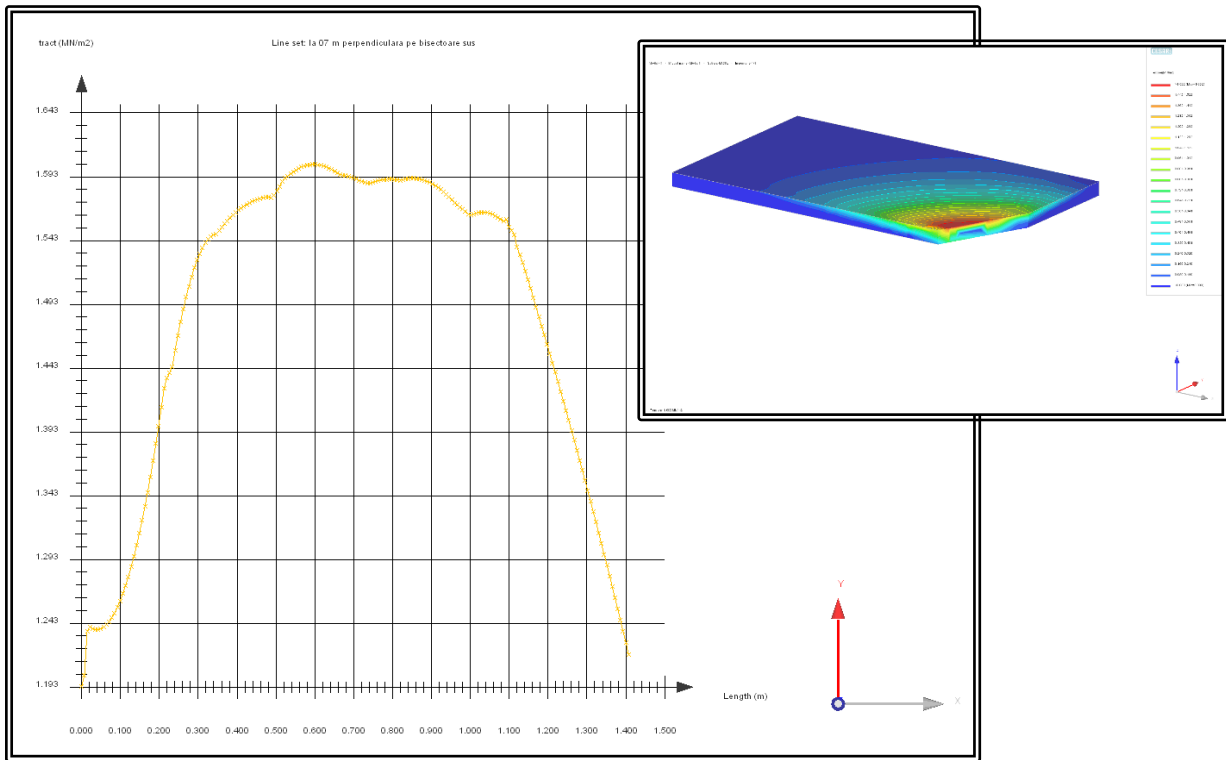
III. Efort în secțiune – Încărcarea la Colț cu contact corespunzător între dală și fundație (pe amprenta roții)

1) Eforturi de întindere și compresiune în lungul bisectoarei unghiului pe care se aplică încărcarea – (la fibra superioară și inferioară a secțiunii)



Eforturile maxime de întindere și compresiune în secțiune, apar la o distanță de 0.65 - 0.7 m față de colțul dalei (distanța măsurată pe bisectoare).

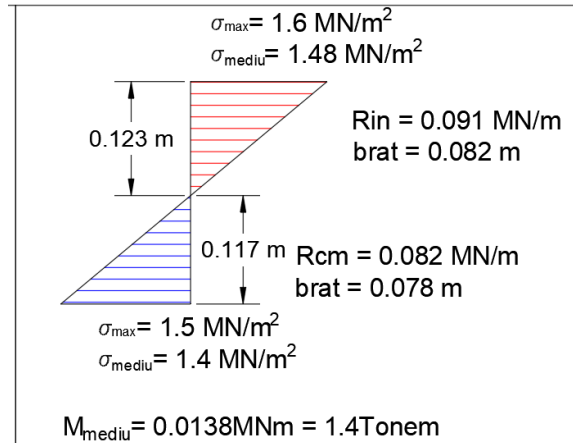
2) Eforturi de întindere și compresiune transversal bisectoarei, la 0,7 m distanță de colțul dalei – (la partea superioară și inferioară a secțiunii)



3) Eforturi maxime în secțiune

Pentru o comparație cu încărcarea la centru am determinat eforturile maxime și medii pentru secțiunea perpendiculară pe bisectoare la 0,7 m distanță de colțul dalei, secțiunea cu eforturi maxime din încărcarea la colț.

Metoda elementului finit



*Eforturi de compresiune cu albastru/de întindere cu roșu. Reprezentate pe secțiune sunt eforturile medii pe secțiune, rezultanta acestora și brațul rezultantei în raport cu axa neutră. Momentul este calculat în baza eforturilor medii pe secțiune.

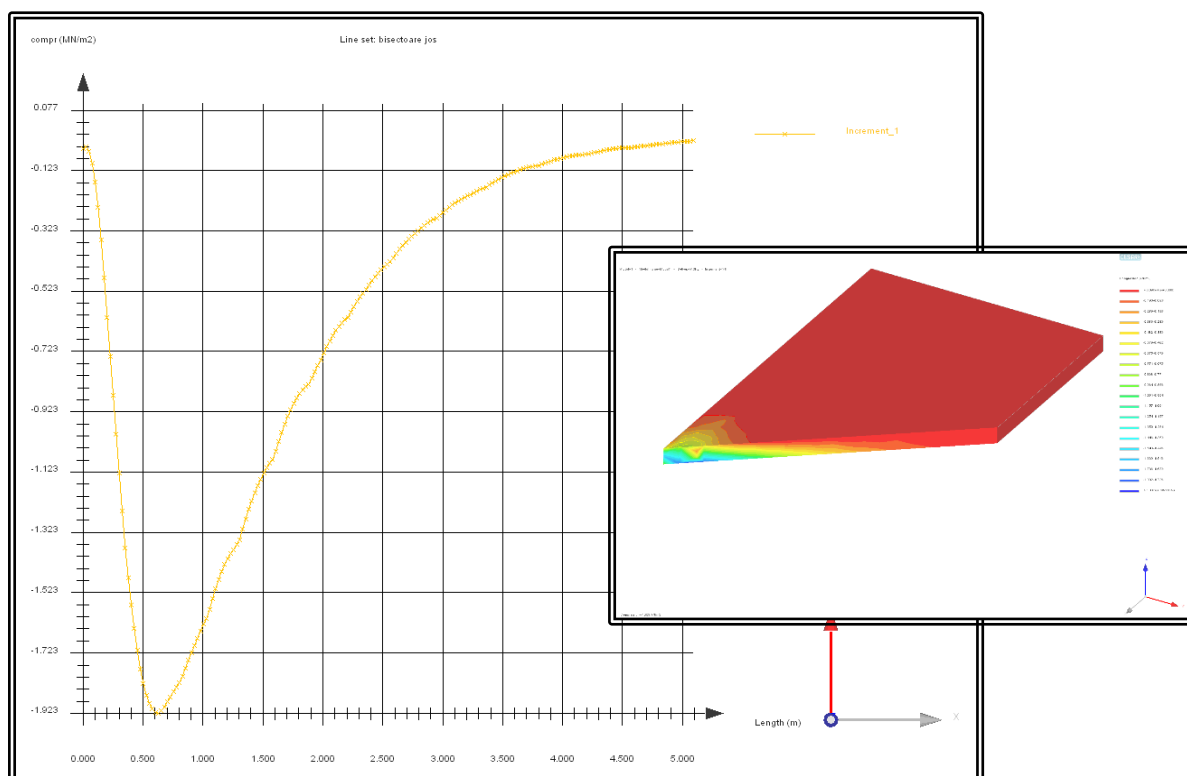
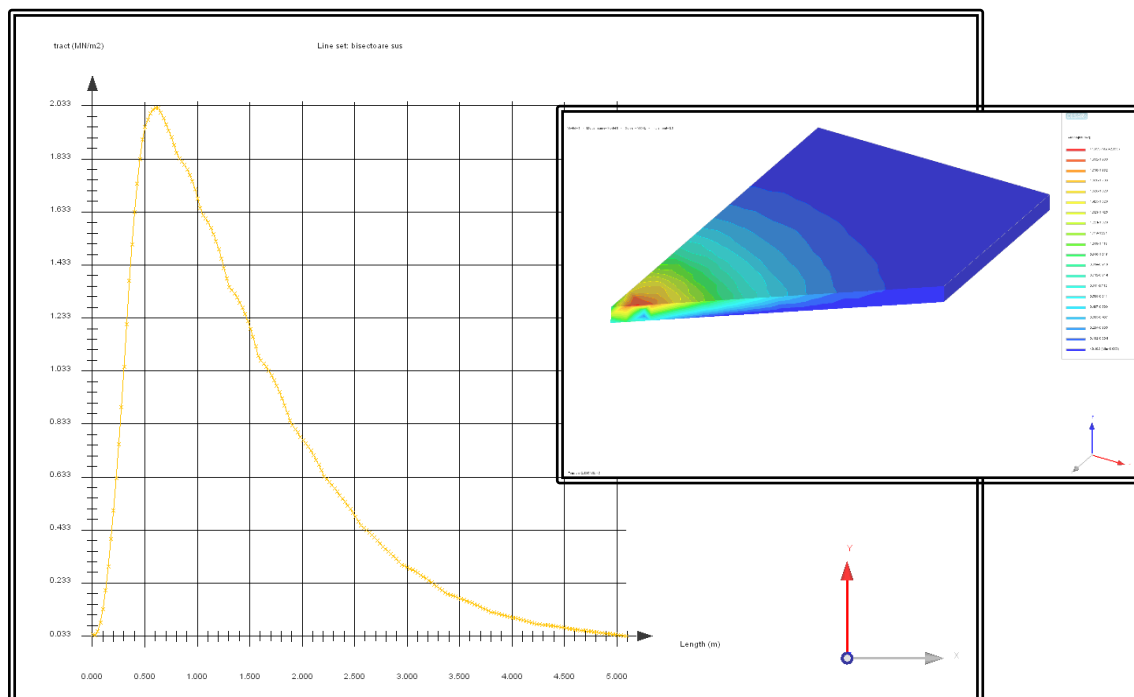
Formula Westergaard

$$\sigma_{\max} = \frac{3P}{h^2} \left(1 - \left(\frac{1.41b}{\left(\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)K} \right)^{0.25}} \right)^{0.6} \right)$$

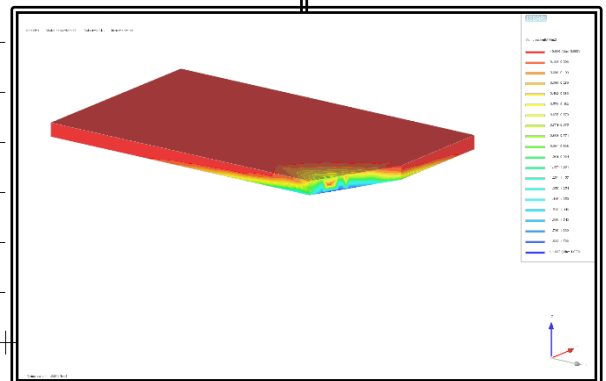
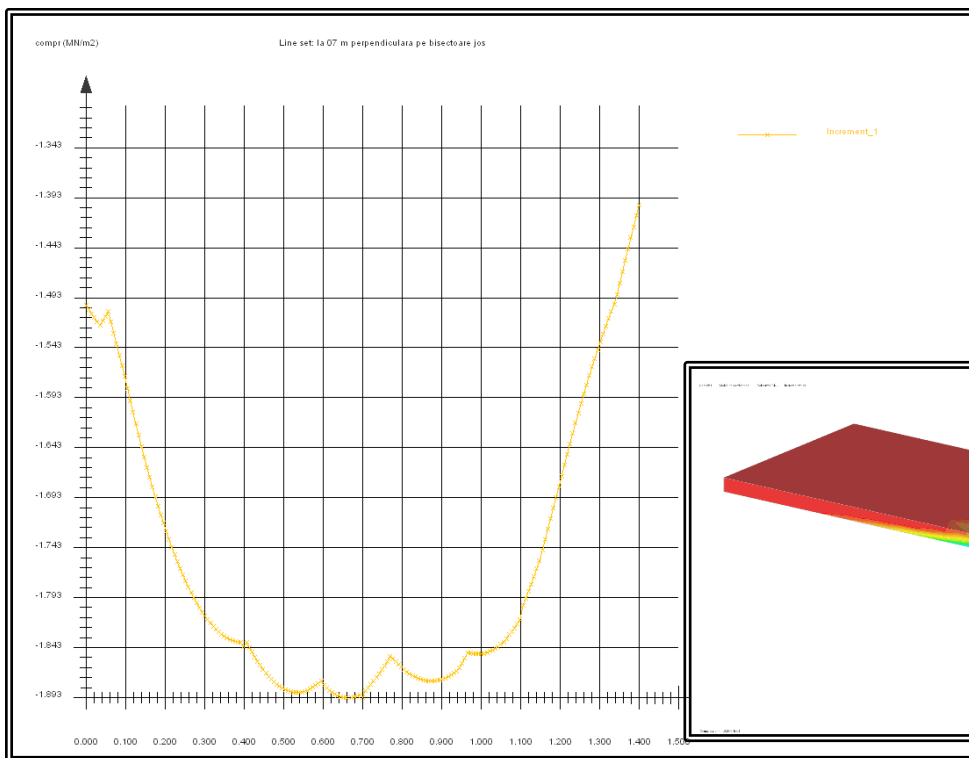
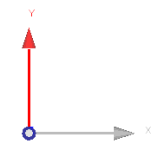
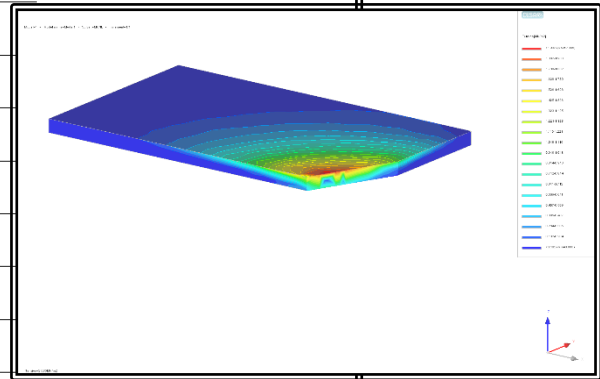
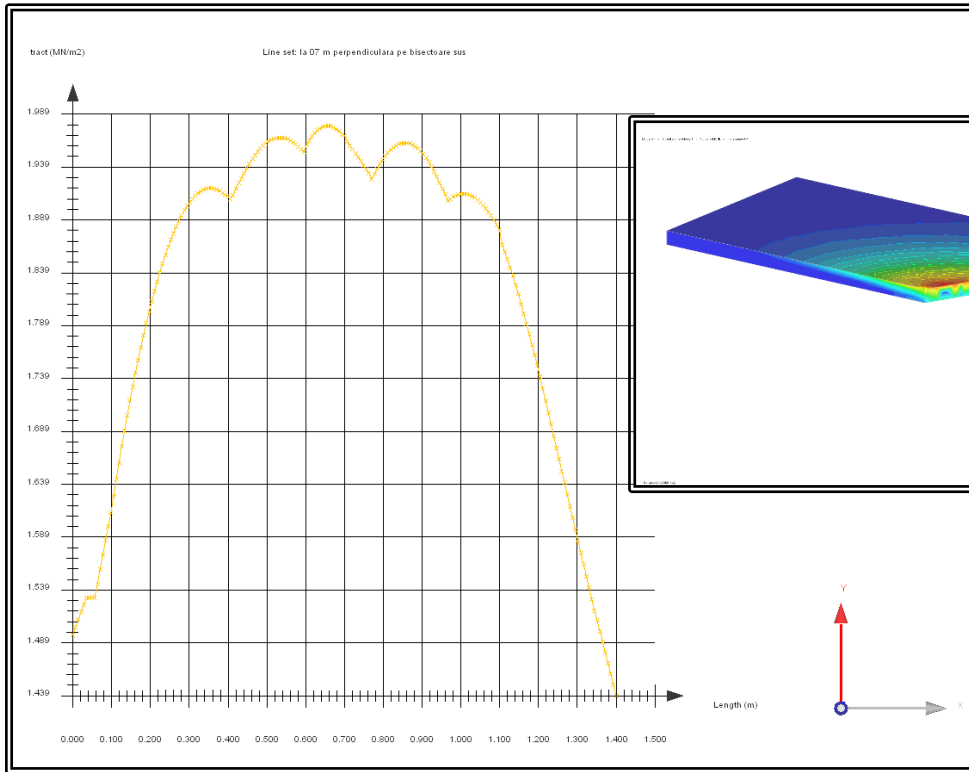
$$\sigma_{\max} = 1.993 \text{ MN/m}^2$$

IV. Efort în secțiune – Încărcarea la Colț fără contact corespunzător între dală și fundație (pe amprenta roții)

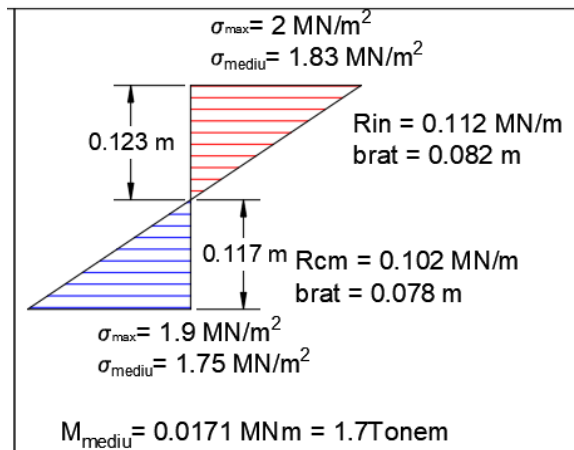
1) Eforturi de întindere și compresiune în lungul bisectoarei unghiului pe care se aplică încărcarea – (la fibra superioară și inferioară a secțiunii)



2) *Eforturi de întindere și compresiune transversal bisectoarei, la 0,7 m distanță de colțul dalei– (la fibra superioară și inferioară a secțiunii)*



3) Eforturi maxime în secțiune



*Eforturi de compresiune cu albastru/de întindere cu roșu. Reprezentate pe secțiune sunt eforturile medii pe secțiune, rezultanta acestora și brațul rezultantei în raport cu axa neutră. Momentul este calculat în baza eforturilor medii pe secțiune.

Formula Westergaard

$$\sigma_{\max} = \frac{3P}{h^2} \left(1 - \left(\frac{1.41b}{\left(\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)K} \right)^{0.25}} \right)^{0.6} \right)$$

$\sigma_{\max} = 1.993 \text{ MN/m}^2$ (aceeași valoare cu sau fără gol sub dală).

V. Concluzii

Concluzie eforturi și deflexiuni

	σ_{\max} MN/m ²	σ_{\max} intindere MN/m ²	σ_{\max} compresiune MN/m ²	Raport σ_{\max} colț/ σ_{\max} centru	Raport σ_{\max} centru intindere/ σ_{\max} colț intindere	Moment încovoietor mediu pe secțiune Tonexm	Deflexiune mm
Incarcare la centru Westergaard	1.460	-	-	1.36	-	-	0.175
Incarcare la colț Westergaard	1.993	-	-			-	1.23
Incarcare la centru MEF	1.943	1.583	1.943	0.82	1.01 contact/1.26 fara contact	0.29 longitudinal 0.48 transversal	0.3
Incarcare la colț MEF – contact dala fundatie	1.602	1.602	1.506			Sectiunea de maxim 1.5	1.2
Incarcare la colț MEF – fara contact dala fundatie	2.0	2.0	1.9			Sectiunea de maxim 1.7	1.4

Momentul încovoietor mediu al secțiunii pentru încărcarea la centru este de 0.29MNxm longitudinal și 0.48MNxm transversal.

Momentul încovoietor mediu al secțiunii cu eforturile cele mai mari din încărcarea la colț (0,7 m pe bisectoare distanța față de colțul dalei), este de 1.4 MNxm, respectiv de 4,82 mai mare decât momentul încovoietor mediu longitudinal aferent încărcării la centru și de 2,92 ori mai mare decât cel transversal, aferent aceleași încărcării la centru.

Momentul încovoietor mediu al secțiunii cu eforturile cele mai mari din încărcarea la colț (0,7 m pe bisectoare distanța față de colțul dalei), cazul cu gol sub dala de beton de ciment, este de 1.7 MNxm, respectiv de 5.86 mai mare decât momentul încovoietor mediu longitudinal aferent încărcării la centru și de 3,54 ori mai mare decât cel transversal, aferent aceleași încărcării la centru.

Momentul încovoietor mediu al secțiunii cu eforturile cele mai mari din încărcarea la colț (0,7 m pe bisectoare distanța față de colțul dalei), în varianta cu gol sub colțul dalei (pe zona de amprentă a roții) are o valoare cu 21% mai mare decât momentul încovoietor calculat în ipoteza fără gol sub colțul dalei.

Secțiunea perpendiculară pe bisectoare la 0,7 m distanță de colțul dalei - Eforturile de compresiune și de întindere, în varianta cu gol sub colțul dalei (pe zona de amprentă a roții) au o valoare mai mare cu 25% față de eforturile din ipoteza fără gol sub colțul dalei.

Momentul încovoietor mediu pe secțiune este calculat ca Rezultanta eforturilor medii maxime de compresiune și întindere pe toată lungimea secțiunii de calcul (conform grafice eforturi pe secțiune), înmulțite cu distanța de la axa neutră la această. Eforturile medii au fost calculate în baza graficelor cu eforturi pe secțiunea, atât la fibra întinsă cât și la cea comprimată.

Acesta a fost determinat pentru a avea un ordin de mărime la nivel eforturi care apar în secțiunile de calcul la centru și la colțul dalei. Doar în acest fel se poate explica că în condițiile unui efort maxim de întindere similar la nivel de secțiune la centru și la colț avem totuși deflexiuni foarte diferite sub aceeași încărcare.

Observăm că neluarea în considerare a grosimei dalei și a distribuției eforturilor pe secțiune în Metoda Westergaard conduce la unele erori care pot fi semnificative. Considerăm ca Formula Westergaard pentru efortul maxim de întindere la încărcarea pe centru a dalei, este singura formulă care poate fi considerată acceptabilă în urma analizei noastre. Formula Westergaard pentru încărcarea la colț a dalei, este foarte apropiată de valoarea obținută în element finit pentru ipoteza de calcul în care sub dala, în stratul de balast avem un gol cu dimensiunea amprentei încărcării pe toată grosimea stratului de balast.

Poziția încărcării față de secțiunea cu eforturi maxime contează foarte mult în ceea ce privește distribuția eforturilor pe secțiune.

Concluzie privind distanța de la colțul dalei pe bisectoare la care apare secțiunea cu efort maxim.

În metoda elementului finit observăm că această distanță scade de la 0.92 m la 0.7 m, respectiv cu aproximativ 24%.

Concluzie privind noi metode de dimensionare a sistemelor rutiere rigide.

Considerăm că în baza acestei analize se poate începe o cercetare pe o metodă de dimensionare a sistemelor rutiere rigide care să plece de la calculul eforturilor pe o dală cu dimensiuni infinite (a se vede din studiile precedente calculul cu softul Alizee) și estimarea efortului la colțul dalei. În condiții de contact perfect ale dalei la colț cu stratul superior de fundație observăm faptul că efortul maxim este similar cu cel de la centru, bineînțeles cu altă distribuție de eforturi în secțiune și eforturi încovoietoare mai mari, iar în condiții de gol pe zona amprentei roții sub dala, efortul maxim la colț devine 1.26 x efortul maxim la centru.

Concluzie privind grosimea minimă a dalelor pe viitor.

Pentru o dală cu o grosime de 18 cm, fără a lua în calcul efortul din temperatură (efort atinge valoarea de 0.95 MN/m² * - fără considerarea schimbărilor climaterice), efortul care apare din încărcarea la colț în condițiile ipotezei cu gol sub dala de beton de ciment, ajunge la valoarea de 3.108 MN/m². Observăm astfel că pentru o dală cu o grosime de 18 cm, riscul apariției de fisuri la colț este foarte mare, chiar și în condițiile utilizării unui beton BcR 4.

$$* \sigma_{tc} = \frac{E \alpha t}{3(1 - \mu)} \sqrt{\frac{a}{l}}$$